

Die Formelsammlung: Meine Mathematische Werkzeugkiste

Formel, Skizze	BESCHREIBUNG ... ergibt ...	Beispiel(e)
Summand 12 plus Summand 34 ist gleich dem Wert der Summe: 46.	Alle Summanden addieren bestimmt den einer.....	$12 + 34 = 46$
Minuend 10 minus Subtrahend 7 ist gleich dem Wert der Differenz: 3	Vom Minuenden den Subtrahenden abziehen bestimmt den einer.....	$10 - 7 = 3$
Dividend 10 geteilt durch Divisor 4 ist gleich der Wert des Quotienten: 2,5	Beide Zahlen dividieren bestimmt den des	$10 : 4 = 2,5$
Faktor 20 mal Faktor 3,5 ist gleich der Wert des Produkts: 70	Alle Faktoren multiplizieren bestimmt den eines.....	$20 \cdot 3,5 = 70$
$a + z + b = a + b + z$	Summanden können bei ihrer Berechnung beliebig vertauscht werden. Dies ist die Tauscherlaubnis beim Addieren und der Fachausdruck lautet für.....	$3,2 + 143 + 0,8$ $= 3,2 + 0,8 + 143$ $= 4 + 143 = 147$
$a \cdot z \cdot b = a \cdot b \cdot z$	Faktoren können bei ihrer Berechnung beliebig vertauscht werden. Dies ist die Tauscherlaubnis beim Multiplizieren oder auch das bei	$5 \cdot 4,3 \cdot 2 = 5 \cdot 2 \cdot 4,3$ $= 10 \cdot 4,3 = 43$
$(z+a)+b= z+(a+b)$	Summanden können bei ihrer Berechnung beliebig vorgezogen werden. Dies ist die Vorzieherlaubnis beim Addieren und der Fachausdruck lautet für.....	$(1,56+2,2) + 0,8$ $= 1,56 + (2,2+ 0,8)$ $= 1,56 + 3 = 4,56$
$(z \cdot a) \cdot b = z \cdot (a \cdot b)$	Bestimmte Faktoren können bei ihrer Berechnung beliebig vorgezogen werden. Dies ist die Vorzieherlaubnis beim Multiplizieren oder auch das bei	$(3,2 \cdot 2,5) \cdot 4 = 3,2 \cdot (2,5 \cdot 4)$ $= 3,2 \cdot 10 = 32$
$a(x + y) = ax + ay$ oder auch: $a(x+y+z)=ax+ay+az$	Ein Produkt, bei dem ein Faktor eine Zahl oder Variable a ist und der andere Faktor eine Summe (x+y) ist, darf wie folgt 'ausgepackt' geschrieben werden: Der Faktor a wird mit jedem Summanden in der Klammer multipliziert. Dieses 'Auspacken' heißt	$4,1 \cdot (10 + 2) = 4,1 \cdot 10 + 4,1 \cdot 2$ $= 41 + 8,2 = 49,2$ oder: $1,5 \cdot (20+2+0,01)$ $= 1,5 \cdot 20 + 1,5 \cdot 2 + 1,5 \cdot 0,01 = 33,15$
$ax + az = a(x + z)$ und sogar auch: $ax+ay-az= a(x+y-z)$	Eine Summe, deren Summanden die Produkte der Form ax und ay aufweisen dürfen auch 'eingepackt' geschrieben werden: Der Faktor a wird jeweils vor die Klammer geschrieben und in der Klammer bleibt die Summe x+y. Dieses in Klammern 'Packen' heißt	$3,6 \cdot 5,3 + 3,6 \cdot 4,7$ $= 3,6 \cdot (5,3+4,7)$ oder: $9,9 \cdot 1,1 + 9,9 \cdot 3,1 - 9,9 \cdot 2,2$ $= 9,9(1,1+3,1-2,2) = 9,9 \cdot 2$

Die Formelsammlung: Meine Mathematische Werkzeugkiste

Formel, Skizze	BESCHREIBUNG ... ergibt ...	Beispiel(e)
2. Brüche		
$\frac{a}{b} \cdot \frac{x}{y} = \frac{a \cdot x}{b \cdot y}$	Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner berechnet das von zwei.....	$\frac{3}{4} \cdot \frac{11}{13} = \frac{3 \cdot 11}{4 \cdot 13} = \frac{33}{52}$
$\frac{a}{b} + \frac{x}{y} = \frac{a \cdot y}{b \cdot y} + \frac{b \cdot x}{b \cdot y}$	Beide Nenner zunächst gleichnamig machen, die neuen Zähler addieren, doch den gleichnamigen Nenner übernehmen berechnet die von zwei.....	$\frac{3}{7} + \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 3} = \frac{9}{21} + \frac{14}{21} = \frac{23}{21}$
$\frac{a}{b} : \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x} = \frac{a \cdot y}{b \cdot x}$	Vom zweiten Bruch den Kehrwert bilden, nun aber diesen neuen zweiten Bruch mit dem ersten Bruch multiplizieren berechnet die von zwei.....	$\frac{8}{3} : \frac{5}{2} = \frac{8}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{16}{15} = 1 \frac{1}{15}$
3. Quadratwurzeln		
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{z} = \sqrt{a \cdot b \cdot z}$	Mehrere Radikanden innerhalb eines Wurzelzeichens multipliziert ist die geschickte Umformung eines von.....	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10} = 10$
$\sqrt{a} + 2 \cdot \sqrt{a} + 3 \cdot \sqrt{a}$ $= (1+2+3) \sqrt{a}$ $= 6 \cdot \sqrt{a}$	Gleiche Wurzeln, die sich in ihrer Häufigkeit unterscheiden dürfen, kann man durch Ausklammern geschickter schreiben. Gleiche Wurzeln darf stets man so	$\sqrt{8} + \sqrt{8} + \sqrt{8} = 3 \sqrt{8}$ $5 \sqrt{7} + 2 \sqrt{7} = 9 \sqrt{7}$ $7 \sqrt{3} + 2 \sqrt{3} - 5 \sqrt{3} = 4 \sqrt{3}$
$\sqrt{x} = z$ mit $z^2 = x$	Gesucht ist diejenige positive Zahl z, die quadriert (z^2) genau den Radikanden innerhalb der Wurzel ergibt. Diesen Vorgang nennt man	$\sqrt{36} = 6$ $\sqrt{49 x^2} = 7 x$
$\sqrt[3]{x} = z$ mit $z^3 = x$	Gesucht ist diejenige positive Zahl z, die dreimal mit sich selbst multipliziert (z^3) den Radikanden innerhalb der Wurzel ergibt. Diesen Vorgang nennt man das Ziehen	$\sqrt[3]{64} = 4$ $\sqrt[3]{8 x^3} = 2 x$
$\sqrt{x^2 z} = x \cdot \sqrt{z}$	Findet man in der Produktform des Radikanden einer Quadratwurzel eine Quadratzahl oder eine quadrierte Variable, so kann man diese vor die Wurzel ziehen. Diesen Vorgang nennt man	$\sqrt{75 x^2 y} = \sqrt{25 x^2 \cdot 3 y}$ $= 5 x \sqrt{3 y}$

Die Formelsammlung: Meine Mathematische Werkzeugkiste

Formel, Skizze	BESCHREIBUNG ... ergibt ...	Beispiel(e)
4. Mittelwerte		
$m = \frac{\text{Summe der Werte}}{\text{Anzahl der Werte}}$	Alle Zahlen addieren (ihre Summe) und durch ihre Anzahl dividieren bestimmt den	$m = \frac{2+4+5+5}{4} = \frac{16}{4} = 4$
5. Flächeninhalte von Figuren		
$A = m \cdot h$ oder $A = \frac{1}{2} (a+c) \cdot h$	Der Mittelwert m (Länge der Mittelparallele m) der beiden parallelen Seiten a und c , multipliziert mit der Höhe h bestimmt den eines.....	$A = \frac{1}{2} (4+6) \cdot 7 \text{ cm}^2 = 35 \text{ cm}^2$
$A = a \cdot h_a$	Die Länge einer Seite a mal zugehörige Höhe h_a bestimmt den eines.....	$A = 4 \cdot 4,5 \text{ cm}^2 = 18 \text{ cm}^2$
$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$	Die halbe Länge der Grundseite g mal der zugehörigen Höhe h bestimmt den eines.....	$A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \text{ cm}^2 = 28 \text{ cm}^2$
$u = a+b+c$	Die Länge der drei Seiten a, b, c addiert bestimmt den eines.....	$u = (2+3+4) \text{ cm} = 9 \text{ cm}$
$A = a \cdot b$	Die Länge a mal Breite b ergibt den eines.....	$A = 4 \cdot 3,5 \text{ cm}^2 = 14 \text{ cm}^2$
$A = a^2$	Das Quadrat der beiden gleich langen Seiten: _____ ergibt den eines.....	$A = 1,5^2 \text{ cm}^2 = 2,25 \text{ cm}^2$

Die Formelsammlung: Meine Mathematische Werkzeugkiste

Formel, Skizze	BESCHREIBUNG ... ergibt ...	Beispiel(e)
6. Binomische Formeln		
$(a+b)(x+y) = ax+ay+bx+by$	Das Produkt zweier Summen $(a+b)(x+y)$ lässt sich nach dem Prinzip 'jeden Summand vom 1. Faktor mal jeden Summand vom 2. Faktor' in eine umformen.	$(5+x)(3+z) = 15+5z+3x+xz$ $(4-a)(7-a) = 28-4a-7a+a^2 = 28 - 11a + a^2$
$(a+z)^2=a^2+2az+z^2$	Der Flächeninhalt eines Quadrats mit Seitenlänge a , dessen beide Seiten man um z verlängert, kann auch in Summenform als a^2 plus dem verdoppelten Produkt von a und z und plus z^2 schreiben. Dies ist die	$(4+x)^2 = 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + x^2 = 16 + 8x + x^2$
$(a-z)^2 = a^2-2az+z^2$	Der Flächeninhalt eines Quadrats mit Seitenlänge a , dessen beide Seiten man um z verkürzt, kann man auch in Summenform als a^2 minus dem verdoppelten Produkt von a und z und plus z^2 schreiben. Dieses verkleinerte Quadrat ist die Anschauung für die	$(5-3y)^2 = 5^2-2 \cdot 5 \cdot 3y + 3^2y^2 = 25 - 30y + 9y^2$
$(a+z)(a-z) = a^2-z^2$	Der Flächeninhalt eines Quadrats mit Seitenlänge a , dessen eine Seiten man um z verkürzt und die andere um z verlängert, kann auch additiv als a^2 minus z^2 geschrieben werden. Der Flächeninhalt des sich jetzt ergebenden Rechtecks ergibt sich aus der.....	$(7-3x)(7+3x) = 7^2 - 3^2x^2 = 49 - 9x^2$
7. Prozent und Zinsrechnung		
$W = G \cdot p\%$	Der Grundwert ____ mal dem Prozentsatz ____ bestimmt den	$W = 75 \text{ €} \cdot 10\% = 7,50 \text{ €}$
$q = 1 + p\%$	Die Zahl 1 plus dem Prozentsatz ____ bestimmt den für den.....	$q=1+5\%=1,05$
$q = 1 - p\%$	Die Zahl 1 minus dem Prozentsatz ____ bestimmt den für den	$q=1-7\%= 0,93$
$Z = K \cdot p\%$	Das Kapital ____ multipliziert mit dem Zinssatz ____ bestimmt den Betrag der für das.....	$Z = 12000 \text{ €} \cdot 2\%$ $Z = 12000 \text{ €} \cdot 2 : 100$ $Z = 240 \text{ €}$
$K_n=K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \dots \cdot q_n$	Das Anfangskapital ____, multipliziert mit den verschiedenen Wachstumsfaktoren ergibt das beim.....	$K_n = 80 \text{ €} \cdot 1,0125 \cdot 1,05 \cdot 1,2$ $K_n = 102,06 \text{ €}$

Die Formelsammlung: Meine Mathematische Werkzeugkiste

Formel, Skizze	BESCHREIBUNG ... ergibt ...	Beispiel(e)
$K_n = K_0 \cdot q^n$	Das Anfangskapital _____, multipliziert mit dem mit hoch n potenzierten Wachstumsfaktor _____ (n ist die Anzahl der Jahre), ergibt das und dies ist die.....	$K_n = 1000 \text{ €} \cdot 1,05^8$ $K_n = 1477,46 \text{ €}$
$u = 4a$	Die gesamte Länge der 4 gleich langen Seiten ergibt den eines (einer).....	$u = 4 \cdot 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$
$G^+ = G \cdot q$ $G^- = G \cdot q$	Ein Grundwert ____ mal seinem Veränderungsfaktor ____ bestimmt den	$G^+ = 100 \cdot 1,1 = 110 \text{ €}$ $G^- = 100 \cdot 0,9 = 90 \text{ €}$
$Z = K \cdot p\% \cdot t/360$	Das Kapital ____ multipliziert mit dem Zinssatz ____ multipliziert mit dem Bruch des Zeitfaktors (Taganzahl / 360) bestimmt die	$Z = 720 \text{ €} \cdot 2\% \cdot 40/360$ $Z = 1,60 \text{ €}$

8. Kreisflächen

$A = \pi r^2$	Die Kreiszahl _____ multipliziert mit dem quadrierten Radius _____, ergibt den eines.....	$A = \pi \cdot 4^2 \text{ cm}^2 = \pi \cdot 16 \text{ cm}^2$ $A \approx 3,14 \cdot 16 \text{ cm}^2 = 50,24 \text{ cm}^2$
$u = \pi d$ $u = 2 \pi r$	Die Kreiszahl _____ mal dem Durchmesser _____ ergibt den eines.....	$u = \pi \cdot 4 \text{ cm}$ $u \approx 3,14 \cdot 4 \text{ cm} = 12,56 \text{ cm}$

9. Volumen und Oberfläche von Körpern

$V = a^3$ oder $V = a \cdot a \cdot a$	Länge, Breite und Höhe dieses Körpers sind gleich groß, daher bestimmt man aus der Seitenlänge a hoch drei (dreimal die Seitenlänge a multiplizieren) das eines.....	$V = 11 \cdot 11 \cdot 11 \text{ cm}^3$ $V = 1331 \text{ cm}^3$
$O = 6 a^2$	Das 6-fache der quadrierten Kantenlänge: _____ bestimmt die eines.....	$O = 6 \cdot 4^2 \text{ cm}^2 = 96 \text{ cm}^2$
$V = a \cdot b \cdot c$	Länge a mal Breite b mal Höhe c bestimmt das eines.....	$V = 4 \cdot 2,5 \cdot 3,5 \text{ cm}^3 = 35 \text{ cm}^3$
$O = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$	Die Summe aller drei Einzelprodukte der drei Seitenlängen a , b und c (also: $ab+ac+bc$), das alles nochmal verdoppelt bestimmt die eines.....	$O = 2 \cdot (2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4) \text{ cm}^2$ $O = 52 \text{ cm}^2$

Die Formelsammlung: Meine Mathematische Werkzeugkiste

Formel, Skizze	BESCHREIBUNG ... ergibt ...	Beispiel(e)
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$	Die Kreiszahl ___ multipliziert mit dem quadrierten Radius ___, multipliziert mit der Höhe ___ ergibt das eines.....	$V = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 \text{ cm}^3 = 160 \cdot \pi \text{ cm}^3$ $V \approx 160 \cdot 3,14 \text{ cm}^3 = 502,4 \text{ cm}^3$
$O = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$	Die Grundfläche und Deckfläche dieses Körpers ist kreisförmig. Die verdoppelte Kreiszahl ___ multipliziert mit dem quadrierten Radius ___ bestimmt beider Flächeninhalt. Addiert man noch die Mantelfläche als verdoppelte Kreiszahl ___ multipliziert mit dem Radius r und der Körperhöhe h erhält man die eines.....	$O = 2\pi \cdot 3,5^2 \text{ cm}^2 + 2\pi \cdot 3,5 \cdot 10 \text{ cm}^2$ $O = 24,5\pi \text{ cm}^2 + 70\pi \text{ cm}^2$ $O = 94,5\pi \text{ cm}^2$ $O \approx 94,5 \cdot 3,14 \text{ cm}^2 = 296,73 \text{ cm}^2$
$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$	Die gedrittete Kreiszahl _____ multipliziert mit dem quadrierten Radius ___, multipliziert mit der Höhe ___ ergibt das eines.....	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 10 \text{ cm}^3 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 90 \text{ cm}^3$ $V \approx 30 \cdot 3,14 \text{ cm}^3 = 94,2 \text{ cm}^3$
$O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$	Die Grundfläche dieses Körpers ist kreisförmig. Die Kreiszahl _____, multipliziert mit dem quadrierten Radius ___ ist der Flächeninhalt der Grundfläche. Addiert man noch die Mantelfläche durch Kreiszahl ___ multipliziert mit dem Radius r und der Seitenlinie s erhält man die eines.....	$O = \pi \cdot 6^2 \text{ cm}^2 + \pi \cdot 6 \cdot 10 \text{ cm}^2$ $= 36\pi \text{ cm}^2 + 60\pi \text{ cm}^2 = 96\pi \text{ cm}^2$ $O \approx 96 \cdot 3,14 \text{ cm}^2 = 301,44 \text{ cm}^2$
$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$	Die mit dem Bruch 4/3 multiplizierte Kreiszahl: _____, dreimal multipliziert mit dem Radius _____ (bzw. Radius hoch drei: ___) ergibt das einer.....	$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 \text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 27 \text{ cm}^3$ $V \approx 4 \cdot 3,14 \cdot 9 \text{ cm}^3 = 113,04 \text{ cm}^3$
$V = 4 \pi \cdot r^2$	Die 4fache Kreiszahl ___, multipliziert mit dem quadrierten Radius ___ ergibt die einer.....	$V = 4\pi \cdot 5^2 \text{ cm}^2 = 100 \cdot \pi \text{ cm}^2$ $V \approx 4 \cdot 3,14 \cdot 25 \text{ cm}^2 = 314 \text{ cm}^2$
$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$	Bei diesem Körper ist die Grundfläche quadratisch. Der dritte Teil der quadrierten Seitenlänge: $\frac{1}{3}$ ___ multipliziert mit der Höhe ___ ergibt das einer quadratischen.....	$V = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot 12 \text{ cm}^3$ $V = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 12 \text{ cm}^3$ $V = 100 \text{ cm}^3$
$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$	Die Grundfläche dieses Körpers ist quadratisch. Die quadrierte Seitenlänge _____ addiert mit der mit verVIERfachen Fläche einer einzelnen Dreieckseite (halbe Grundseite a mal Höhe h_s), also _____ ergibt die einer quadratischen.....	$O = 5^2 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 5 \cdot 10 \text{ cm}^2$ $O = 25 \text{ cm}^2 + 100 \text{ cm}^2$ $O = 125 \text{ cm}^2$